

※ ホチキスは外さないでください。

R6-選択

## 適性試験（選択問題）

10:30～12:30

### 受験上の注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題紙は開かないでください。
2. 問題紙は13枚（表紙を含む）、解答用紙は10枚（表紙を含む）、下書き用紙は3枚あります。試験開始後、監督者の指示に従い、速やかに枚数に不足がないことを確認してください。
3. 各問に対する解答は、それぞれ指定された解答用紙に記入してください。
4. 試験終了後、この問題紙は回収しないので、各自持ち帰ってください。

問題番号	出題内容	選択方法等
1	数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・ A・B	選択問題の解答方法は、 解答用紙表紙に記載のとおり
2		
3		
4	物理基礎・物理	
5		
6		
7	化学基礎・化学	
8		
9		

1 1個のさいころを  $n$  回投げたとき、出た目の積を  $x_n$  とする。

- (1)  $x_n$  が偶数となる確率  $a_n$  を求めなさい。
- (2)  $x_n$  が 10 の倍数となる確率  $b_n$  を求めなさい。
- (3)  $x_n$  を 10 で割った余りが 1 または 9 となる確率を  $p_n$  とし、 $x_n$  を 10 で割った余りが 3 または 7 となる確率を  $q_n$  とする。このとき、 $p_{n+1}$  および  $q_{n+1}$  を、 $p_n$  と  $q_n$  を用いて表しなさい。
- (4)  $p_n$  および  $q_n$  を求めなさい。

#### 解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視しますので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

2 空間内の原点  $O$  を通りベクトル  $\vec{v} = (1, 0, -1)$  に平行な直線を  $l$  とし、点  $A(1, 4, 2)$  を通りベクトル  $\vec{w} = (0, 1, 1)$  に平行な直線を  $m$  とする。 $l$  上の点  $P$  と  $m$  上の点  $Q$  を通る直線  $PQ$  は  $l$  と  $m$  の両方に直交する。

- (1)  $P$  と  $Q$  の座標を求めなさい。
- (2)  $\triangle OPQ$  の面積を求めなさい。
- (3)  $\triangle OPQ$  を含む平面を  $\alpha$  とする。点  $A$  から  $\alpha$  へ垂線を下ろし、 $\alpha$  との交点を  $H$  とする。 $H$  の座標、線分  $AH$  の長さ、四面体  $AOPQ$  の体積を求めなさい。
- (4) 点  $Q$  に関して  $A$  と対称な点を  $B$  とする。四面体  $BOPQ$  の体積を求めなさい。

#### 解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視しますので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

3  $n$  を自然数とし、 $f(x) = (1+x)^n$  とする。また、 $k$  が  $0$  以上  $n$  以下の整数のとき、 ${}_nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  とする。

(1) 関数  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  および不定積分  $\int f(x)dx$  を求めなさい。

(2) 和  $\sum_{r=1}^n r {}_nC_r = {}_nC_1 + 2 {}_nC_2 + \cdots + n {}_nC_n$  を求めなさい。

(3) 和  $\sum_{r=1}^{n+1} \frac{(-1)^{r-1}}{r} {}_nC_{r-1} = {}_nC_0 - \frac{1}{2} {}_nC_1 + \cdots + \frac{(-1)^n}{n+1} {}_nC_n$  を求めなさい。

(4)  $a_n = \sum_{r=1}^n \frac{(-1)^{r-1}}{r} {}_nC_r = {}_nC_1 - \frac{1}{2} {}_nC_2 + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} {}_nC_n$  とする。このとき、 $a_{n+1} - a_n$  を求めなさい。

(5) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{1 + \log n}$  を求めなさい。

#### 解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視しますので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

4

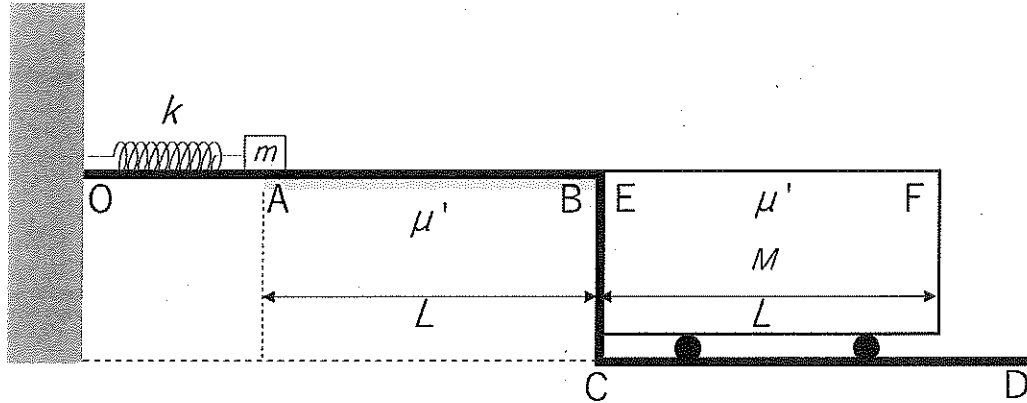


図1

図1のように階段状の面OABCDがあり、面OB、CDは水平である。大きさの無視できる質量 $m$  [kg]の小物体が面上のAの位置に置かれている。小物体は、壁に固定されたばね定数 $k$  [N/m]のばねで図の右方向に発射することができる。初め、ばねは自然の長さであった。面CDに垂直な面BCに接するように、質量 $M$  [kg]の台車が置かれている。台車の上面EFは水平であり、面EFの高さは面ABと等しい。AB、EF間の距離はどちらも $L$  [m]である。小物体と面OA間の摩擦は無視でき、面ABおよび面EF間の動摩擦係数はどちらも $\mu'$ である。台車はCD面上を滑らかに動くものとする。重力加速度の大きさを $g$  [m/s<sup>2</sup>]、空気抵抗は無視できるものとする。

以下では、自然の長さから $d$  [m]縮められたばねによって発射された小物体が台車に乗った状況を考える。各問いに導出の過程も含めて答えよ。

- 問1 点Bでの小物体の速さ $v$  [m/s]と、小物体が台車に乗り移るための $d$ に対する条件を $m, g, L, \mu', k$ を用いて表せ。
- 問2 しばらくすると小物体と台車は速さ $V$  [m/s]で一体となってCD面上を移動した。この時の速さ $V$ を小物体が台車に乗った時の速さ $v$ を用いて答えよ。
- 問3 小物体が台車に乗ってから、床に対する速さが $V$ になるまでの時間 $t$  [s]を運動方程式を立てて答えよ。解答は、 $v, m, M, \mu', g$ を用いて表せ。
- 問4 小物体が台車と一体になって動くまでに摩擦によって失ったエネルギーの大きさを $m, M, v$ を用いて表せ。
- 問5  $M = 2m$ の時、小物体が台車から落ちないための $d$ に対する条件を $m, g, L, \mu', k$ を用いて表せ。

5

1 [mol] の理想気体の圧力を  $p$  [Pa], 体積を  $V$  [m<sup>3</sup>], 温度を  $T$  [K], 内部エネルギーを  $U = C_V T$  [J] ( $C_V$  [J/(mol·K)] は定積モル比熱) として, この気体を用いた次のような熱機関を考える。

- (1) まず気体を  $p = p_0$  [Pa],  $V = V_0$  [m<sup>3</sup>] で用意し, これを状態 A とする。
- (2) 状態 A を定積変化で圧力  $p = 2p_0$  [Pa] に変化させる。これを状態 B とする。
- (3) 状態 B を等温変化で圧力  $p = p_0$  [Pa] に変化させる。これを状態 C とし, この変化で気体に流入した熱量を  $Q$  [J] とする。
- (4) 状態 C を定圧変化で状態 A に変化させる。以降 (2)-(4) を繰り返す。

各変化は十分にゆっくりと行われるものとして, 以下の問いに導出の過程も含めて答えよ。各問いの結果は,  $Q, p_0, V_0, C_V$  と気体定数  $R$  [J/(mol·K)] を用いて表すものとする。

問 1 この熱機関 1 サイクルの  $p$ - $V$  図を描け。ただし, 状態 A, B, C の圧力, 体積が図から読み取れるようにせよ。

問 2 状態 B の温度  $T_B$  [K] を求めよ。

問 3 変化 (2) で気体に流入した熱量  $Q_{\text{in}}^{(2)}$  [J] を求めよ。

問 4 変化 (3) で気体が外部にした仕事  $W_{\text{out}}^{(3)}$  [J] を求めよ。

問 5 変化 (4) で気体から流出した熱量  $Q_{\text{out}}^{(4)}$  [J] を求めよ。

問 6 この熱機関の効率  $e$  を求めよ。

6

図1のように、イオン源にある質量  $m$  [kg]、電気量  $-q$  [C] のイオンを電圧  $V$  [V] によって静止状態から加速し、射出口から射出する。射出されたイオンは射出口から  $l$  [m] だけ離れた検出器で検出することができる。以下では、装置全体は真空中にあり、重力の影響は無視できるものとし、イオンを加速する領域以外には電場はないとしてよい。以下の問いに導出の過程も含めて答えよ。

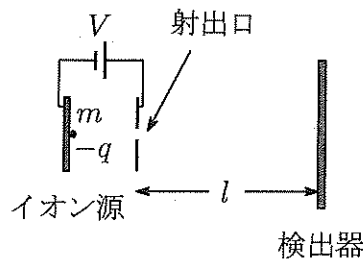


図1

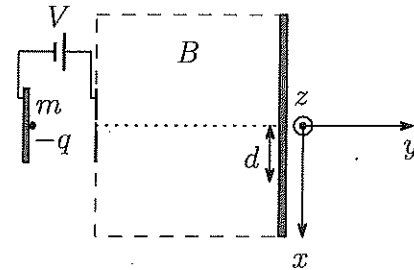


図2

紙面に垂直に裏から表に向かう向きを  $z$  軸の正の向きとする

- 問1-1 イオンが射出口を出てから検出器に達するまでに要する時間を求めよ。
- 問1-2 次に、図2のように射出口から検出器までの領域に一樣な磁場をかけ、イオンが  $x$  軸方向に  $d$  [m] ( $0 < d < l$ ) だけずれた位置で検出されるようにする。このために必要な磁束密度の大きさ  $B$  [T] と磁場をかける向きを求めよ。ただし、 $d$  が  $l$  よりも非常に小さいという近似をしないこと（近似をして解いた場合は減点の上で得点を与える）。
- 問1-3 射出口から検出器までの領域に磁場だけをかけて  $d > l$  の位置にイオンを当てるためには、磁場をどのように工夫すればよいか答えよ。ただし、検出器は  $x$  軸方向に十分大きいとする。

この装置を利用する代わりに、荷電粒子間に働く力により加速される場合を考える。図3のように、真空中に質量  $m$  [kg]、電気量  $-q$  [C] のイオンと質量  $M$  [kg]、電気量  $-Q$  [C] のイオンが距離  $a$  [m] だけ離れた位置に固定されている。ある時刻に両方のイオンを自由に動けるように放すと、イオン間の斥力によりイオンは加速される。

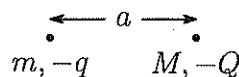
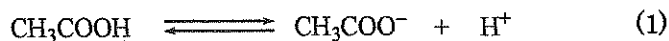


図3

- 問2 両イオンが十分に離れたときの電気量  $-q$  のイオンの速さを求めよ。ただし、クーロンの法則の比例定数を  $k$  [ $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ ] とする。

7 次の文章を読み、問 1～問 8 に答えなさい。

酢酸は水溶液中で、式(1)の電離平衡にあり、その電離定数  $K_a$  は式(2)で表される。



$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} \quad (2)$$

酢酸の濃度を  $c$  [mol/L]、電離度を  $\alpha$  としたとき、 $K_a$  は式(3)で表すことができる。

$$K_a = \boxed{\text{(あ)}} [\text{mol/L}] \quad (3)$$

酢酸は弱酸であり、電離度  $\alpha$  も 1 に比べて十分に小さい。従って、酢酸水溶液の pH は式(4)で表すことができる。

$$\text{pH} = -\log_{10} \boxed{\text{(い)}} \quad (4)$$

式(4)を利用し、以下のようにして、酢酸の  $K_a$  を実験的に求めた。濃度  $c$  [mol/L] が  $1.0 \times 10^{-1}$ ,  $1.0 \times 10^{-2}$ ,  $1.0 \times 10^{-3}$ ,  $1.0 \times 10^{-4}$  mol/L の酢酸水溶液を調製し、それぞれの pH を測定した。その濃度  $c$  [mol/L] の対数  $\log_{10} c$  と pH をグラフにかくと、両者の間には図 1 に示すような直線関係が得られた。①式(4)を利用し、この直線から酢酸の  $K_a$  を求められる。ただし、ここでは  $K_a$  の代わりに、 $\text{p}K_a (= -\log_{10} K_a)$  を求めた。

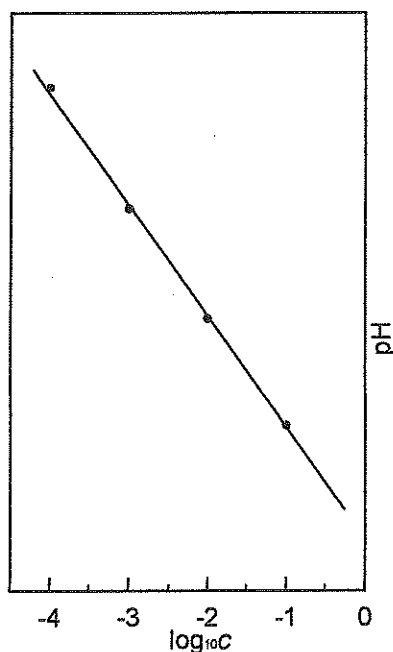


図 1



また、酢酸の  $pK_a (= -\log_{10} K_a)$  は、酢酸と酢酸ナトリウムからなる混合水溶液を用いても実験的に求めることができる。この混合水溶液中でも式(2)は成り立ち、また、溶液中の酢酸はほとんど電離せず、酢酸ナトリウムはほぼ完全に電離している。従って、酢酸が  $c$  [mol/L]、酢酸ナトリウムが  $d$  [mol/L] の濃度となるように調製した水溶液の pH は、 $c$  と  $d$  を用いた式(5)で表すことができる。

⑥式(5)を利用して、 $pK_a$  を求めることができる。

$$\text{pH} = \text{p}K_a + \log_{10} \boxed{\text{(う)}} \quad (5)$$

ブレンステッドとローリーの定義では、酸とは  $\boxed{\text{(え)}}$  イオンを与える分子・イオンであり、塩基とは  $\boxed{\text{(え)}}$  イオンを受け取る分子・イオンである。この定義に従うと、酢酸と酢酸ナトリウムの混合水溶液中は、酸を加えた場合、 $\boxed{\text{(お)}}$  が塩基としてはたらく、塩基を加えた場合は  $\boxed{\text{(か)}}$  が酸としてはたらく。従って、この混合水溶液中には酸・塩基ともに大量に存在し、少量の酸や塩基を加えても pH の変化が大きく変化しない。このような水溶液を  $\boxed{\text{(き)}}$  とよぶ。

問1  $\boxed{\text{(あ)}}$  にあてはまる適切な式を  $c$  と  $\alpha$  を用いて答えなさい。

問2  $\boxed{\text{(い)}}$  にあてはまる適切な式を  $c$  と  $K_a$  を用いて答えなさい。

問3 下線部(i)に関して、式(4)から導かれる pH と  $\log_{10} c$  との関係を表す直線の傾きを求めなさい。ただし、答えに至る過程も示しなさい。

問4 図1の測定値のグラフから酢酸の  $pK_a$  を求める方法を1~3行程度で簡単に説明しなさい。

問5  $\boxed{\text{(う)}}$  にあてはまる  $c$  と  $d$  を用いた適切な式を答えなさい。

問6 下線部(ii)に関して、0.10 mol/L の酢酸水溶液と 0.20 mol/L の酢酸ナトリウム水溶液を用いて酢酸の  $pK_a$  を求めるとする。このとき、これらの混合水溶液1種類だけを用いて  $pK_a$  を求める方法を考案し、それを1~3行程度で簡単に説明しなさい。

問7  $\boxed{\text{(え)}}$  ~  $\boxed{\text{(き)}}$  にあてはまる適切な語句を答えなさい。

問8 以下の(I)~(IV)の水溶液の pH をそれぞれ小数第一位まで求めなさい。答えに至る過程も示しなさい。ただし、酢酸の酸解離定数  $K_a = 3.0 \times 10^{-5}$  mol/L とし、必要であれば、以下の数値を用いなさい。また、水酸化ナトリウムを加えても水溶液の体積は変化しないものとする。

$$\log_{10} 2.0 = 0.30, \log_{10} 3.0 = 0.48, \log_{10} 5.0 = 0.70, \log_{10} 7.0 = 0.85$$

(I) 酢酸 0.10 mol を含む 1.0 L の水溶液。

(II) (I)に水酸化ナトリウム 0.02 mol を加えた水溶液。

(III) 酢酸 0.10 mol と酢酸ナトリウム 0.10 mol を含む 1.0 L の水溶液。

(IV) (III)に水酸化ナトリウム 0.02 mol を加えた水溶液。

8

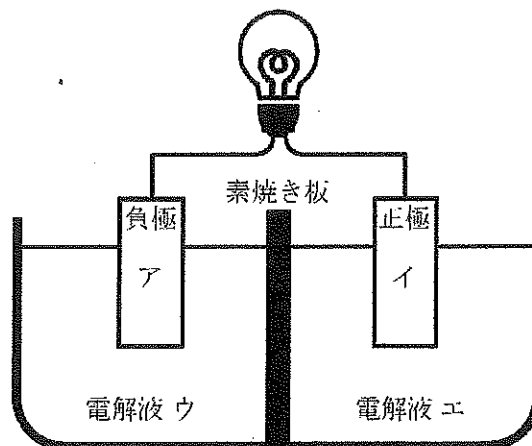
次の文章を読み、問1～問3に答えなさい。ただし、アボガドロ定数は  $6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$ 、ファラデー定数は  $9.65 \times 10^4 \text{ C/mol}$ 、銅の原子量は 64 を用いること。

銅の結晶構造は面心立方格子であるため、単位格子中の原子の数は (a) 個である。銅の単位格子の体積は  $4.7 \times 10^{-23} \text{ cm}^3$  であるため、銅の密度は (b)  $\text{g/cm}^3$  である。また、銅の原子番号は 29 番であるため、電子は K 殻に 2 個、L 殻に 8 個、M 殻に 18 個配置されており、価電子の数は (c) 個である。これは、1 原子あたり (d) 個の自由電子を有していると考えられるため、その場合、銅の結晶は  $1 \text{ cm}^3$  あたり (e) 個の自由電子を有することになる。自由電子を多く含む銅は電気をよく流すため電線などに利用され、さらに (i) 電池の電極板 としても用いられている。銅は一般的に (ii) 電解精錬 によって得ることができる。

問1 (a)～(e) にあてはまる適切な数字を答えなさい。ただし、(b) と (e) の有効数字は 2 桁とする。

問2 下線部 (i) に関して、以下の問 (1)～(3) に答えなさい。

(1) 下図の電解槽で亜鉛板と銅板を用いてダニエル電池を作製する場合、ア～エにあてはまる適切なものを以下の選択肢の中から選んで答えなさい。



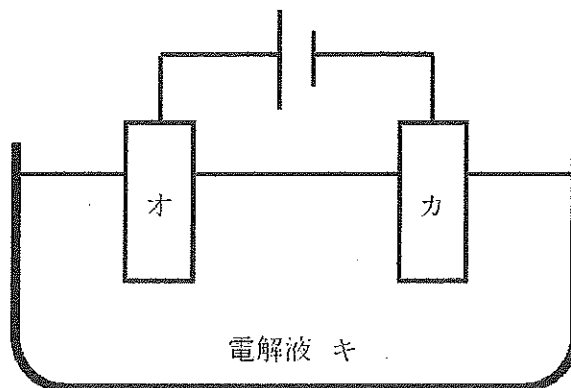
選択肢：①硫酸酸性硫酸銅(II)水溶液 ②硫酸銅(II)水溶液 ③硫酸亜鉛水溶液 ④希硫酸  
⑤亜鉛板 ⑥銅板

(2) 正極板および負極板における反応式を答えなさい。

(3) 正極板と負極板に金属を用いた電池において、金属のイオン化傾向の差が大きいほど起電力は大きくなるが、それらのイオン化エネルギーの差が大きいほど電池の起電力が大きくなるとは限らない。その理由について考察し簡潔に説明しなさい。

問3 下線部 (ii) に関して、以下の問 (4) ~ (6) に答えなさい。

(4) 下図の電解槽で銅の電解精錬を行う場合、オ〜キにあてはまる適切なものを以下の選択肢の中から選んで答えなさい。



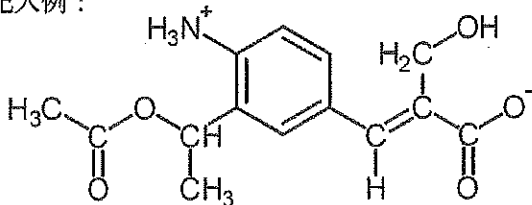
選択肢：①硫酸酸性硫酸銅(II)水溶液 ②硫酸銅(II)水溶液 ③硫酸亜鉛水溶液 ④希硫酸  
⑤純銅板 ⑥粗銅板

- (5) 亜鉛、金、銀を含む質量パーセント 80%の粗銅板を用いて物質量 4.4 mol の電子を流したところ、金と銀からなる陽極泥 19.0 g が得られた。この場合の、各電極板における反応式を答えなさい。また、粗銅板の質量は何 g 減少したかを答えなさい。ただし、途中の式も示しなさい。また粗銅板の組成は電解精錬中変化しないものとし、各元素の原子量は  $Zn = 65$ ,  $Ag = 108$ ,  $Au = 197$ , それぞれのイオン式は  $Zn^{2+}$ ,  $Ag^+$ ,  $Au^{3+}$  である。
- (6) 電解精錬では高電圧ほど短時間で純銅が得られると考えられるが、実際は低電圧 (0.2 ~ 0.5 V 程度) を用いる。その理由について考察し簡潔に説明しなさい。

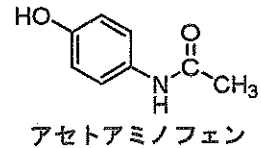
- 9 次の文章を読み、問1～問7に答えなさい。必要があれば以下の数値を用いること。また、構造式は記入例にならって示しなさい。

原子量：H = 1.0, C = 12, N = 14, O = 16

記入例：



4種の有機化合物(A, B, C, D)からなる混合物がある。化合物A～Dはすべてベンゼン環を一つ含む。なお、A～Dのうち、一つはアセトアミノフェン(右図)であることがわかっている。これらの化合物を分離し、構造を決定するため以下の実験を行った。



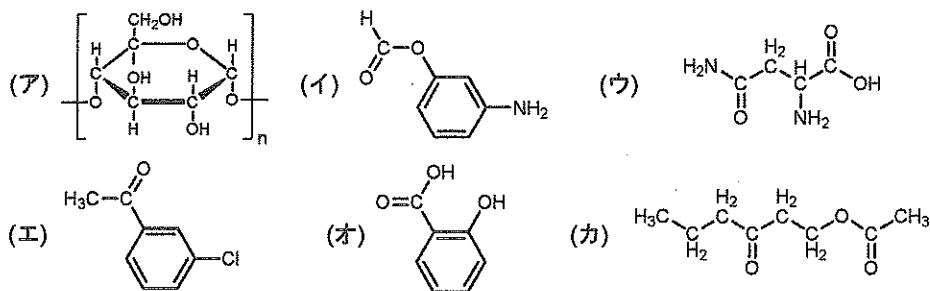
- (実験1) A～Dの混合物に中性の水とジエチルエーテルを加えたところ、B～Dはジエチルエーテルに溶解し、Aは水に溶解した。
- (実験2) 混合物B～Dのジエチルエーテル溶液を、(i) ジエチルエーテル, 1 mol/L HCl 水溶液, 1 mol/L NaOH 水溶液と分液ろうとを用いた分離操作により、B, C, Dの粗精製物に分離した。
- (実験3) 実験1, 2により粗精製されたA～Dに対して、(ii) 再結晶や蒸留, クロマトグラフィーを行うことで、それぞれを純物質として取り出した。
- (実験4) 化合物A～Dについてそれぞれ質量分析を行ったところ分子量はすべて151であり、(iii) 元素分析の結果もA～Dはすべて同一であった。
- (実験5) 化合物A～Dに対してニンヒドリン水溶液を加えて加熱すると、Aのみが紫色を呈した。
- (実験6) 化合物A～Dに対してさらし粉水溶液を加えると、Bのみが赤紫色を呈した。
- (実験7) 化合物A～Dに対して塩化鉄(III)水溶液を加えると、Cのみが紫色を呈した。
- (実験8) 化合物A～Dに対して(iv) 水酸化ナトリウム水溶液とヨウ素を加えて加熱したところ, いずれも黄色の沈殿は生じなかった。
- (実験9) 化合物Bに対して水酸化ナトリウム水溶液を加えて加水分解したところEとメタノールが得られた。
- (実験10) 化合物Dに対してスズ(Sn)と塩酸を反応させて得られるFは、さらし粉水溶液で赤紫色を呈した。

問1 下線部(ii)について、一般にどのような原理で混合物から純物質が得られるのか。簡潔に説明しなさい。

問2 下線部(iii)について、試料151 mgを用いた場合、元素分析の際にCO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>Oはそれぞれ何mg

発生するか。有効数字 2 桁で答えなさい。

問 3 下線部(iv)の反応を以下の化合物 (ア) ~ (カ) に対して行った場合、黄色の沈殿を生じるのはどれか。当てはまるものをすべて記号で答えなさい。なお、当てはまるものがない場合は「なし」と答えなさい。



問 4 化合物 A は一置換ベンゼンであり、不斉炭素を一つ有する。A の構造式を書きなさい。

問 5 化合物 B, C, D はすべて二置換ベンゼンであり、二つの置換基はパラ (p-) の位置関係であった。B, C, D の構造式をそれぞれ書きなさい。

問 6 下線部(i)について、混合物 B~D のジエチルエーテル溶液から B, C, D を粗精製物として分離するためにはどのような操作が必要か。図を用いて簡潔に説明しなさい。

問 7 下記の反応経路にしたがって、フェノールからアセトアミノフェンを合成したい。反応 1 ~ 3 を行うために必要な試薬または試薬の組み合わせをそれぞれ答えなさい。

